1 Zahlen

1.1 Zahlenmengen

$\mathbb{N}$ = {1; 2; 3; … } **Menge der natürlichen Zahlen**
$\mathbb{N}_0$ = {0; 1; 2; 3; … } **Menge der natürlichen Zahlen mit Null**
$\mathbb{Z}$ = { …; –3; –2; –1; 0; 1; 2; 3; … } **Menge der ganzen Zahlen**

Die ganzen Zahlen kann man auf der **Zahlengeraden** darstellen.
Je weiter rechts auf der Zahlengerade eine Zahl steht, um so größer ist sie. *–20 > –24*
Die Entfernung einer Zahl vom Nullpunkt der Zahlengeraden heißt **Betrag** der Zahl.
Die Zahlen –5 und 5 haben beide den Betrag 5.
Zwei Zahlen, die den gleichen Betrag, aber verschiedene Vorzeichen haben, heißen **Gegenzahlen**. *–4 und 4 sind Gegenzahlen.*

Quadratzahlen: $1^2 = 1$; $2^2 = 4$; $3^2 = 9$; $4^2 = 16$; $5^2 = 25$; $6^2 = 36$; $7^2 = 49$; $8^2 = 64$; $9^2 = 81$; …
Primzahlen besitzen genau zwei Teiler, nämlich 1 und sich selbst: 2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; …
Jede natürliche Zahl lässt sich eindeutig in ein Produkt von Primzahlen zerlegen.
(Primfaktorenzerlegung) $90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$

1.2 Das Dezimalsystem

Unser Zahlensystem besteht aus den Ziffern 0 bis 9 (**Zehnersystem** oder **Dezimalsystem**) und ist ein **Stellenwertsystem**; die Stelle einer Ziffer bestimmt ihren Wert in der Zahl.
Zehnerpotenzen: $10^0 = 1$; $10^1 = 10$; $10^2 = 100$; $10^3 = 1000$; $10^4 = 10000$; …

Zehnerstufen	B	HMrd	ZMrd	Mrd	HM	ZM	M	HT	ZT	T	H	Z	E
Ziffer	4	1	2	7	8	3	4	3	5	2	1	9	8

1.3 Runden

Steht nach der Stelle, auf die gerundet werden soll, die Ziffer 0, 1, 2, 3 oder 4, so wird abgerundet, bei den Ziffern 5, 6, 7, 8 und 9 wird aufgerundet.
36 245 ≈ 36 250 (gerundet auf Z); 36 245 ≈ 36 000 (gerundet auf T)

1.4 Termarten

Einen Rechenausdruck aus Zahlen, Rechenzeichen und ggf. Klammern nennt man **Term**.

Rechenart **zugehöriger Term**
Addition:

Summe
4 + 3 = 7
1. Summand 2. Summand Summenwert

Subtraktion:

Differenz

4 – 3 = 1

Minuend Subtrahend Differenzwert

Multiplikation:

Produkt

4 · 3 = 12

1. Faktor 2. Faktor Produktwert

Division:

Quotient

12 : 3 = 4

Dividend Divisor Quotientwert

Potenz:

4 ist die Basis 3 ist der Exponent

$\mathbf{4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^3 = 64}$

drei Faktoren Potenz Potenzwert

1.5 Rechengesetze

Für alle a, b, c ∈ $\mathbb{Z}$ gilt:

Kommutativgesetze: $a + b = b + a$

$a \cdot b = b \cdot a$

Assoziativgesetze: $(a + b) + c = a + (b + c)$

$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

Distributivgesetz: $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$

(Ausmultiplizieren bzw. Ausklammern)

Merke:

- Rechnungen in Klammern werden zuerst gerechnet. Dabei beginnt man mit der innersten Klammer.
- "Punktrechnungen" (· und :) werden vor "Strichrechnungen" (+ und -) ausgeführt.
- Potenzrechnungen werden vor "Punktrechnungen" und vor "Strichrechnungen" ausgeführt.
- Der letzte Rechenschritt bestimmt die Art des Terms.
- Durch Null darf nicht dividiert werden!

$10 + [200 - (161 - 7 \cdot 2^3)] : 5 = 10 + [200 - (161 - 7 \cdot 8)] : 5 = 10 + [200 - (161 - 56)] : 5$
$= 10 + [200 - 105] : 5 = 10 + 95 : 5 = 10 + 19 = 29$ (Summe)

1.6 Rechnen mit ganzen Zahlen

Summanden mit **gleichem** Vorzeichen: Gemeinsames Vorzeichen, Summenwert der Beträge

$$(+2) + (+6) = 2 + 6 = +8$$
$$(-2) + (-6) = -2 - 6 = -8$$

Summanden mit **verschiedenen** Vorzeichen: Vorzeichen des Summanden mit dem größeren Betrag, Differenzwert der Beträge

$$(+2) + (-6) = 2 - 6 = -4$$
$$(-2) + (+6) = -2 + 6 = +4$$

Zwei ganze Zahlen werden subtrahiert, indem man zum Minuenden die Gegenzahl des Subtrahenden addiert. $(+8) - (-3) = (+8) + (+3)$

Zwei ganze Zahlen werden multipliziert (dividiert), indem man zuerst die Beträge multipliziert (dividiert) und dann das Vorzeichen bestimmt. Gleiche Vorzeichen ergeben positives, verschiedene Vorzeichen negatives Vorzeichen des Ergebnisses.

$(+2) \cdot (+3) = +6$	$(+6) : (+3) = +2$
$(-2) \cdot (-3) = +6$	$(-6) : (-3) = +2$
$(+2) \cdot (-3) = -6$	$(+6) : (-3) = -2$
$(-2) \cdot (+3) = -6$	$(-6) : (+3) = -2$

1.7 Größen

Eine **Größe** besteht aus einer **Maßzahl** und einer **Maßeinheit**.

Längeneinheiten:

Umrechnungszahl: 1000 10 10 10

km m dm cm mm

Flächeneinheiten:

km² ha a m² dm² cm² mm²

Die Umrechnungszahl ist immer 100.

Masseneinheiten:

t kg g mg

Die Umrechnungszahl ist immer 1000.

Geldeinheiten:

1 € = 100 ct

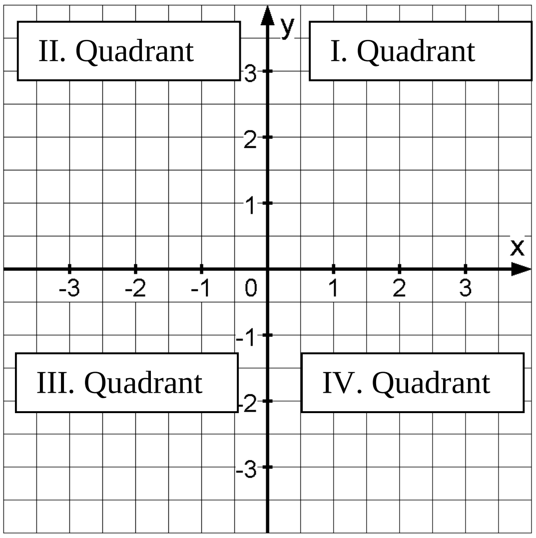
Zeiteinheiten:

1 a = 365 d 1 d = 24 h 1 h = 60 min 1 min = 60 s

2 Geometrie

2.1 Das Koordinatensystem

Die waagrechte Achse heißt **x-Achse**, die senkrechte Achse **y-Achse**. Ihr gemeinsamer Nullpunkt heißt **Ursprung**.
Ein Punkt **P(x | y)** ist durch seine **Koordinaten** festgelegt.

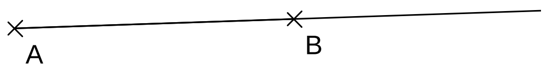


2.2 Geometrische Grundbegriffe

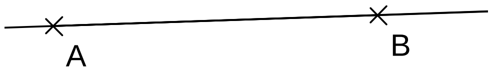
Strecke [AB]

$\overline{AB}$ ist die **Länge der Strecke** [AB].

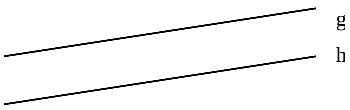
Halbgerade [AB



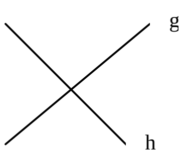
Gerade AB



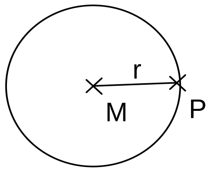
Die Geraden g und h sind zueinander **parallel**, g ∥ h



Die Geraden g und h stehen aufeinander **senkrecht**, g ist **Lot** zu h, g ⊥ h

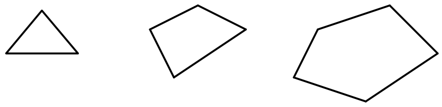


Alle Punkte P einer **Kreislinie** haben vom Mittelpunkt M die gleiche Entfernung .
Die Strecke [MP] nennt man **Radius** des Kreises.
Für den **Durchmesser d** eines Kreises mit Radius r gilt: **d = 2 · r**

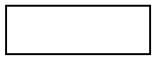


2.3 Geometrische Figuren

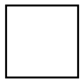
Figuren sind ebene Gebilde.
Geradlinig begrenzte Flächenstücke werden als **Vielecke** bezeichnet. Je nach Anzahl ihrer Eckpunkte nennt man sie **Dreieck**, **Viereck**, **Fünfeck** usw.



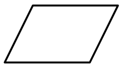
Ein Viereck mit vier rechten Winkeln (90°) heißt **Rechteck**.



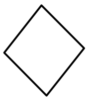
Ein Rechteck mit vier gleich langen Seiten heißt **Quadrat**.



Ein Viereck, bei dem gegenüberliegende Seiten parallel sind, heißt **Parallelogramm**.



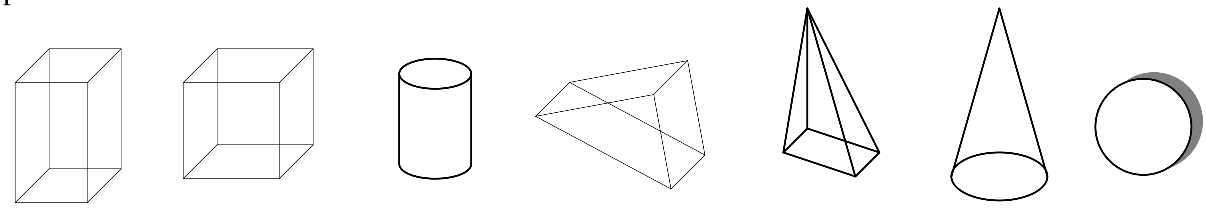
Ein Viereck mit vier gleich langen Seiten heißt **Raute**.



Ein Viereck, bei dem zwei Seiten parallel sind, heißt **Trapez**.

2.4 Körper

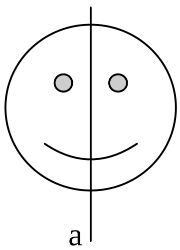
Körper sind räumliche Gebilde.



Quader Würfel Zylinder Prisma Pyramide Kegel Kugel

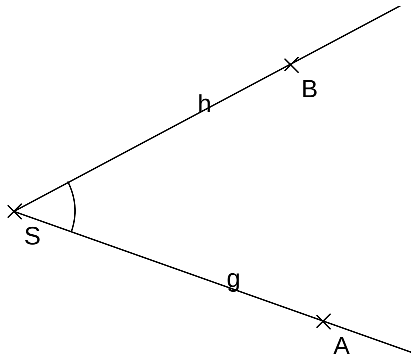
2.5 Achsensymmetrische Figuren

Figuren, die man durch Falten aufeinander legen kann, heißen **achsensymmetrisch**.
Die Faltgerade a heißt **Symmetrieachse**.



2.6 Winkel

Dreht man eine Halbgerade g um ihren Anfangspunkt S entgegen dem Uhrzeigersinn bis zur Halbgeraden h, so wird ein Bereich überstrichen, den wir Winkel zwischen g und h nennen.



Bezeichnungen:

$\sphericalangle$ (g,h) oder

$\sphericalangle$ ASB oder

mit kleinen griechischen Buchstaben:

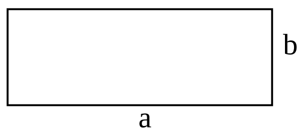
α , β , γ, δ , ε ...

Winkelarten

$0^o < \alpha < 90^o$	spitzer Winkel
$\alpha = 90^o$	rechter Winkel
$90^o < \alpha < 180^o$	stumpfer Winkel
$\alpha = 180^o$	gestreckter Winkel
$180^o < \alpha < 360^o$	überstumpfer Winkel
$\alpha = 360^o$	Vollwinkel

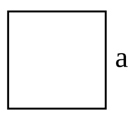
2.7 Umfang und Flächeninhalt von Rechteck und Quadrat

Umfang eines Rechtecks :
$U_R = 2 \cdot a + 2 \cdot b = 2 \cdot (a + b)$



Flächeninhalt des Rechtecks:
$A_R = a \cdot b$

Für ein **Quadrat mit der Seitenlänge a** gilt entsprechend:
$U_Q = 4 \cdot a$
$A_R = a \cdot a = a^2$



Wenn man die Seitenflächen eines Quaders in einer Ebene ausbreitet, erhält man sein **Netz**.
Der Flächeninhalt dieses Quadernetzes ist der **Oberflächeninhalt des Quaders**.
Für einen Quader mit den Kantenlängen a, b und c gilt:

$O_{Quader} = 2{\cdot}a{\cdot}b + 2{\cdot}b{\cdot}c + 2{\cdot}c{\cdot}a = 2 \cdot (a{\cdot}b + b{\cdot}c + c{\cdot}a)$

Speziell gilt für den **Oberflächeninhalt eines Würfels** mit der Kantenlänge a:

$O_{Würfel} = 6 \cdot a^2$

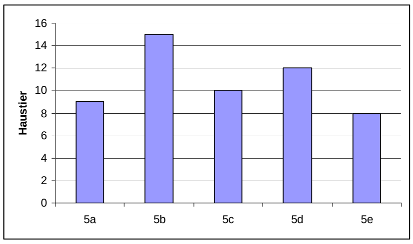
3 Diagramme

Zusammenhänge zwischen Größen kann man in einer **Tabelle** oder in einem **Diagramm** darstellen.

Tabelle

Klasse	5a	5b	5c	5d	5e
Haustier	9	15	10	12	8

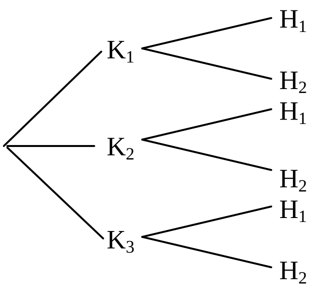
Säulendiagramm



4 Kombinatorik

Zählprinzip

Sophie möchte sich verkleiden. Sie hat drei Kleider und zwei alte Hüte gefunden. Auf wie viele verschiedene Arten kann sie sich damit verkleiden?



Baumdiagramm

Jeder Pfad im **Baumdiagramm** steht für eine Kombinationsmöglichkeit.
Die Gesamtzahl der Möglichkeiten ergibt sich aus der Anzahl der Baumenden (6).
Nach dem **Zählprinzip** erhält man die Gesamtzahl der Möglichkeiten als Produkt aus der Anzahl der Möglichkeiten auf jeder Stufe: $3 \cdot 2 = 6$